

应用灰色-马尔柯夫链联合 预测吉林市玉米单产

李克祥 党拥华

赵丽华

(吉林市农科院,吉林 132101)

(吉林农业大学,长春 130118)

提 要 本文将灰色 GM(1,1)预测模型与马尔柯夫链结合构成灰色-马尔柯夫链,用此联合预测模型对吉林市玉米单产进行预测。结果表明:联合模型预测的精度高,效果好,是一种较理想的玉米单产预测方法。同时对 1993~1995 年三年吉林市玉米单产进行了实际预测。

关键词 玉米;灰色-马尔柯夫链;产量预测

目前,发展玉米生产无非有两个方向,一是扩大面积,二是提高单产。吉林地区位于吉林省东部,松花江沿岸,由于特定的地理条件决定了耕地面积是有限的,因此,发展玉米生产只能靠提高单产来实现。对吉林地区玉米单产进行科学的预测,对于制定本地区的经济发展计划有十分重要的意义。

GM(1,1)模型预测反映的是作物单产随人类生产进步而逐步提高的总的趋势,此模型预测的结果没有考虑到各年度内作物单产受气象、土壤、施肥等因素的影响,它较适合预测数据资料年限短,波动性小,并呈逐年上升趋势的问题。而马尔柯夫链是根据状态之间的转移概率来预测系统未来的变化发展,它反映了各状态间转移的内在规律和各种随机因素的影响,它较适合预测资料年限较长,而且呈非平稳随机波动的问题。可见,用 GM(1,1)模型与马尔柯夫链结合构成灰色-马尔柯夫链,可以弥补各自的不足,既反映出玉米单产随时间序列呈逐年上升的趋势,又可以揭示各种随机因素对单产的影响。玉米生产过程是一个复杂的动态过程,玉米单产随时序增加是呈上升的趋势,但这种上升趋势是非平稳的,说明玉米单产受多种随机因素的影响,因此,用灰色-马尔柯夫链来预测玉米单产是合适的。

1 研究材料与预测方法

1.1 研究材料

选取吉林市玉米单产数据(1970~1992年)为原始数列 $x^{(0)}$ 。

1.2 预测方法

1.2.1 趋势产量的 GM(1,1)预测模型的建立

对原始单产数列 $x^{(0)}$ 先进行三点滑动平均,滑动后的数列 $\{x^{(1)(0)}\} = \left\{ \frac{2x_{(1)}^{(0)} + x_{(2)}^{(0)}}{3}, \frac{x_{(1)}^{(0)} + 2x_{(2)}^{(0)} + x_{(3)}^{(0)}}{4}, \dots, \frac{x_{(n-1)}^{(0)} + 2x_{(n)}^{(0)}}{3} \right\}$ 再将 $\{x^{(1)(0)}\}$ 作一次累加,形成新数列 $x^{(1)}$, 则动态微分模型为: $\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = u$, 系数 a, u 为参数向量,可通过 $\hat{a} = [a, u]^T = (B^T B)^{-1} \cdot B^T Y_N$ 来求解。式中:

2 结果与分析

2.1 吉林市玉米趋势单产 GM(1,1) 预测模型的建立及状态划分

计算后可知原序列的时间函数模型为： $\hat{x}_{(t+1)}^{(1)} = 4599.0669e^{0.03876t} - 4421.0669$

($t=1, 2, \dots, 22$)

则 $\hat{y}_{(t)} = 174.8425e^{0.03876t}$

($t=1, 2, \dots, 23$)

由此可算出 1970~1992 年吉林市玉米单产的趋势产量预测值及预测的误差 $\epsilon_{1(t)}$ ，再根据 $\epsilon_{1(t)}$ 序列值，划分 6 个状态，确定每年所处的状态，结果见表 1。状态划分情况详见表 2。

表 1 趋势单产预测值、误差及状态

年份	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92
原序列 $x^{(0)}$	178	154	157	195.5	223.5	241.5	227.5	198.0	263.0	255.0	185.0	192.0	296.5	331.5	376.5	326.0	329.8	367.1	374.8	318.2	438.3	387.3	344.2
预测值 $y_{(t)}$	181.8	188.9	196.4	204.2	212.2	220.6	229.3	238.4	247.8	257.6	267.8	278.4	289.4	300.8	312.7	325.1	337.9	351.3	365.2	379.6	394.6	410.2	426.2
误差 $\epsilon_{1(t)}$	-2.1	-22.7	-17.6	-4.5	5.1	8.7	-0.8	-20.4	5.8	-1.0	-44.0	-45.0	2.4	9.3	16.9	0.3	-2.5	4.3	2.6	-19.3	10.0	-5.9	-23.9
状态	3	2	2	3	5	5	3	2	5	3	1	1	4	5	6	4	3	4	4	2	6	3	2

表 2 状态划分表

状态编号	预测年景	$[\otimes_{1j}, \otimes_{2j}]$	状态编号	预测年景	$[\otimes_{1j}, \otimes_{2j}]$
1	特大欠收年	-45%~-25%	4	平丰年	0~5%
2	大欠收年	-25%~-10%	5	丰收年	5%~10%
3	欠收年	-10%~0	6	大丰收年	10%~20%

2.2 列出各步的转移概率矩阵

根据表 1 中每年所处的状态，算出 1, 2, ..., 6 步转移概率矩阵。

$$P_{(1)} = \begin{bmatrix} 0.500 & 0.000 & 0.000 & 0.500 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.250 & 0.250 & 0.000 & 0.250 & 0.250 \\ 0.167 & 0.500 & 0.000 & 0.167 & 0.167 & 0.000 \\ 0.000 & 0.250 & 0.250 & 0.250 & 0.250 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.500 & 0.000 & 0.250 & 0.250 \\ 0.000 & 0.000 & 0.500 & 0.500 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix}$$

$$P_{(2)} = \begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.500 & 0.500 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.750 & 0.000 & 0.250 & 0.000 \\ 0.200 & 0.200 & 0.000 & 0.200 & 0.400 & 0.000 \\ 0.000 & 0.250 & 0.000 & 0.250 & 0.000 & 0.500 \\ 0.250 & 0.250 & 0.250 & 0.250 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.500 & 0.500 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix}$$

$$P_{(3)} = \begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.500 & 0.500 \\ 0.250 & 0.250 & 0.000 & 0.000 & 0.500 & 0.000 \\ 0.000 & 0.200 & 0.600 & 0.200 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.250 & 0.500 & 0.000 & 0.250 \\ 0.250 & 0.250 & 0.250 & 0.000 & 0.250 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix}$$

$$P_{(4)} = \begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.500 & 0.000 & 0.500 \\ 0.333 & 0.000 & 0.333 & 0.000 & 0.333 & 0.000 \\ 0.200 & 0.200 & 0.000 & 0.000 & 0.400 & 0.200 \\ 0.000 & 0.500 & 0.500 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.250 & 0.500 & 0.250 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix}$$

$$P_{(5)} = \begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.500 & 0.500 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.333 & 0.333 & 0.000 & 0.333 & 0.000 \\ 0.200 & 0.000 & 0.200 & 0.000 & 0.400 & 0.200 \\ 0.000 & 0.333 & 0.000 & 0.333 & 0.000 & 0.333 \\ 0.250 & 0.000 & 0.250 & 0.250 & 0.250 & 0.000 \\ 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix}$$

$$P_{(6)} = \begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.500 & 0.500 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.333 & 0.000 & 0.000 & 0.667 & 0.000 \\ 0.000 & 0.200 & 0.400 & 0.400 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.500 & 0.500 & 0.000 & 0.000 \\ 0.500 & 0.250 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.250 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{bmatrix}$$

2.3 编制受随机因素影响的玉米单产预测表

现以 1993 年为例进行预测,结果见表 3。

表 3 1993 年吉林市玉米单产受随机因素影响的预测

年 份	起始状态	转移步数	预 测 状 态					
			1	2	3	4	5	6
1992	2	1	0.000	0.250	0.250	0.000	0.250	0.250
1991	3	2	0.200	0.200	0.000	0.200	0.400	0.000
1990	6	3	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000
1989	2	4	0.333	0.000	0.333	0.000	0.333	0.000
1988	4	5	0.000	0.333	0.000	0.333	0.000	0.333
1987	4	6	0.000	0.000	0.500	0.500	0.000	0.000
合 计			0.533	0.783	1.083	2.033	0.983	0.583

从表 3 可看出 1993 年以状态“4”概率最大,此年为平丰年,受随机因素影响产量的预测值在趋势产量的 0~5% 之间。

根据 GM(1,1)模型预测得 1993 年趋势单产量 $\hat{y}_{(t)} = 443.2$, 受随机因素影响的单产量为 $\hat{y}'_{(t)} = \frac{1}{2}(0+5\%) \times 443.2 = 11.08$, 那么联合模型预测 1993 年玉米单产量 $Y_{(t)} = (443.2 + 11.08) \times 15 = 6814.5 \text{ kg/hm}^2$ 。

同理可求 1994 年, 1995 年玉米单产的预测值, 结果见表 4。同时可对 1970~1992 年进行拟合, 拟合的结果列于表 5。将 GM(1,1)模型预测及联合模型预测的效果比较列于表 6。

表 4 1993~1995 年吉林市玉米单产预测

年 份	1993	1994	1995
预测状态	4	3	2
年景表现	平丰年	欠收年	大欠收年
预测单产(kg/hm ²)	6814.5	6730.5	6108

表 5 联合预测历史拟合情况

年 份	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92
预测状态	2	5	3	5	5	3	2	5	3	1	1	4	5	6	4	3	4	4	2	6	3	2
原序列 $x^{(0)}$	154	167	195.5	223.5	241.5	227.5	198.0	263.0	255.0	185.0	192.0	296.5	331.5	376.5	326.0	329.8	367.1	374.8	316.2	438.3	387.3	344.2
预测值 $\hat{y}_{(t)}$	155.8	211.1	194.0	228.1	237.1	217.8	196.6	266.4	244.7	174.1	181.0	296.6	323.4	359.6	333.2	321.0	360.1	374.3	313.2	453.8	389.7	351.6
误差	-1.2	-26.0	0.8	-2.1	1.8	4.2	0.7	-1.3	4.0	5.9	5.8	0	2.5	4.5	-2.2	2.7	1.9	0.1	1.6	-3.5	-0.6	-2.6

表 6 GM(1,1)模型预测与灰色-马尔柯夫链预测效果比较

预测方法	预测误差	
	±5%	±6%
GM(1,1)模型	39.1%	52.2%
灰色-马尔柯夫链	86.4%	95.5%

3 结论与探讨

3.1 由表 1 可以看出, GM(1,1)模型预测只反映单产变化的总趋势, 预测误差大, 而表 5 是联合预测的结果, 不仅反映出此趋势, 而且反映出随机因素对产量的影响。同时通过表 6 可知, 用灰色-马尔柯夫链来预测玉米单产是很理想的。

3.2 由表 4 可以看出, 1993~1995 年吉林市玉米单产情况, 1993 年年景较好, 其它两年均为欠年。

3.3 在预测受随机因素对单产的影响时, 状态的划分十分关键, 一定要根据实际, 适当划分, 只有这样才能提高精确度, 增强预测的可靠性。

3.4 利用灰色-马尔柯夫预测时, 原始数据要尽量多些, 只有这样, 结果才较可靠。同时由于玉米生产过程是一个受多因素影响的动态过程, 因此, 对原始序列要不断补充, 对模型进行修正, 这样结果才越可靠。

3.4 利用灰色-马尔柯夫预测时, 原始数据要尽量多些, 只有这样, 结果才较可靠。同时由于玉米生产过程是一个受多因素影响的动态过程, 因此, 对原始序列要不断补充, 对模型进行修正, 这样结果才越可靠。

参 考 文 献

- 1 邓聚龙. 灰色系统基本方法. 华中理工大学出版社. 1978, 104-120
- 2 崔振洋等. 山西省粮食产量的预测. 农业系统科学与综合研究. 1994, 10(2): 109-114