

# 作物正态回归模型及其在大豆、玉米产量分析上的应用

潘铁夫 张德荣

李德明 张隐君

(吉林省农科院 公主岭 136100)

(黑龙江省农垦科学院,佳木斯 154007)

**提要** 根据吉林省农业科学院农业气象研究室大豆、玉米丰欠试验 14 年(1977~1990 年)的产量资料,与公主岭气象资料进行对比分析,建立作物产量气候正态回归模型,提出了 6 个大豆气候模式和 2 个玉米气候模式,为进行大豆、玉米产量预报提供了科学依据。

**关键词** 大豆产量;玉米产量;作物气候模式;正态回归模型

为了探讨吉林省玉米、大豆产量变化与气象条件关系,建立生态气候模式,特进行本项研究。

## 1 资料来源

采用吉林省农业科学院农业气象研究室在公主岭黑土上进行的 1977~1990 年玉米(吉单 101 杂交种)、大豆(吉林 3 号品种)丰欠试验的资料,与公主岭气象站观测的气象资料进行对比分析。

## 2 作物正态回归模型的确定

作物正态回归模型(Normal Regression Model of Crop)又名指数二次多项式模型,它在描述作物的生长、发育(其中包括产量)与生态条件关系时,较直线、指数曲线、对数曲线、幂函数曲线、双曲线及二次曲线等回归模型更接近于实际。

自 18 世纪 40 年代初,Reaumur 创立积温学说以来,人们一直在使用直线回归模型来描述作物生长发育与温度之间的关系,认为作物生长发育速度与气温呈直线正相关。其表达式为  $1/N = (t - B)/A$ , 式中  $1/N$  为发育速度,  $t$  为温度,  $A$  为有效积温,  $B$  为有效温度下限。人们很快发现,这种直线回归模型虽然在一定温度范围内是合理的,但就其整体来说是不符合生物学规律的。作物的发育速度(或产量)不可能随着温度的无限升高而加快(或增加),也不可能随着温度的无限下降而减慢(或减少),甚至变成负值。任何作物生长发育的速度(或产量)都应有最大值和最小值,而且最小值为 0。后来,人们先后使用了指数的、对数、幂函数、双曲函数和抛物线等曲线回归模型,试图克服直线回归模型的缺点。其中抛物线模型  $Y = a + bx + cx^2$ , 当  $c < 0$  时,是个有最大值的连续函数,这是对直线模型的改进,但它仍没有最小值。也有些学者用分段拼合的方法来描述作物的生长、发育(或产量)与气象条件的关系。比如,在某一段用近似于直线的正相关来描绘,在另一段用近似于直线的负相关描绘,这样虽然可使模型出现最大值,但在两段接合处,函数出现不连续点,其导数不存在,无法进行数学分析。同时,这种函数曲线的突然转折也是不符合生物学规律的。

20 世纪 30 年代,日本农业气象学者提出,用正态回归模型来描述作物生长发育(或产

量)与气象条件的关系可能更为合理。因为正态回归模型可以做到,当气象因子处于适当值时,使表示作物生长发育速度(或产量)的函数达到一个极大值,而气象因子向低值或高值变化时,使函数趋于最小值0。但是由于当时计算技术的落后,未能投入实际使用。

70年代初,苏联学者德米特连科(В. П. Д митренко)开始将正态回归模型应用于描述作物产量与水文气象条件的关系,并初步解决了对称和不对称的问题。他所提出的正态回归模型的表达式为:

$$m(T) = M(T_0) \text{EXP}\{-a[(T - T_0)/10]^2\} \dots \dots \dots (1)$$

式中,  $m(T)$  为温度等于  $T$  时的生产量,  $M(T_0)$  为最适温度  $T_0$  时的最大生产量,  $a$  为参数。若不对称时,当  $T \leq T_0$  时,  $a=1$ , 当  $T > T_0$  时,  $a=2$ 。

1979年,法国的马累特(Ph. Malet)指出,对作物生长曲线模型取一阶导数就可得出正态回归模型。

1984年费朗斯(J. Franco)和梭恩莱(J. H. M. Thornley)指出,用指数多项式(Exponential Polynomials)可描述作物生长量与时间的关系。其中指数二次多项式(Exponential Quadratic)正是一元正态回归模型。其表达式为:

$$W = \text{EXP}(a_0 + a_1 t + a_2 t^2) \dots \dots \dots (2)$$

### 3 大豆产量与气象条件关系的正态回归模型

#### 3.1 大豆产量与播种至出苗期 $\geq 10^\circ\text{C}$ 积温关系的一元正态回归模型

在我国北方,大豆是春季播种,秋季收获。播种至出苗期的积温对最终产量关系明显。利用吉林省农业科学院吉林3号大豆的生物气候观测资料(1977~1990年,公主岭)分析,得出如下方程:

$$Y = Y_1 \text{EXP}(a_0 + a_1 T + a_{11} T^2) \dots \dots \dots (3)$$

式中,

$Y$ ...产量(kg/ha);  $Y_1$ ...平均产量(1 756.4kg/ha);  $T$ ...播种至出苗期 $\geq 10^\circ\text{C}$ 积温( $^\circ\text{C}$ );  $a_0 = -17.8809$ ;  $a_1 = 0.15781035$ ;  $a_{11} = -0.00034673093$

此方程的相关指数  $R = 0.6574$ , 统计量  $F = 4.1868$ , 自由度  $a_1 = 2, a_2 = 11$ , 相关显著。当  $T = 227.6^\circ\text{C}$  时,  $Y$  取得最大值 1 894.1(kg/ha)。

由用(3)式绘制的正态回归曲线(图1)可以看出,当播种至出苗期 $\geq 10^\circ\text{C}$ 积温在  $220^\circ\text{C}$  左右时,将来的产量最高;当超过或低于  $220^\circ\text{C}$  时产量都会下降。当播种至出苗期 $\geq 10^\circ\text{C}$ 积温过多时,表明这一时期可能有干旱、持续低温或种子发芽势不强等原因,使出苗时间大大向后推迟,因而影响了产量;当播种至出苗期 $\geq 10^\circ\text{C}$ 积温过少时,表明播种过晚,播种后出苗较快,但生育期缩短,因而也影响了产量。

#### 3.2 大豆产量与鼓粒至成熟期平均气温关系的一元正态回归模型

大豆鼓粒至成熟期的平均气温是影响大豆产量的关键因子之一。根据生物气候观测资料分析,得出如下方程:

$$Y = Y_1 \text{EXP}(a_0 + a_1 t + a_{11} t^2) \dots \dots \dots (4)$$

式中:

$Y$ ...产量(kg/ha);  $Y_1$ ...平均产量(1 756.4kg/ha);  $t$ ...鼓粒至成熟期的平均气温( $^\circ\text{C}$ );  $a_0 = -50.0522$ ;  $a_1 = 5.0590459$ ;  $a_{11} = -0.12743718014$ ,

此方程的相关指数  $R=0.8121$ , 统计量  $F=10.6548$ , 自由度  $a_1=2, a_2=11$ , 相关极显著。当  $t=19.8^\circ\text{C}$  时,  $Y$  取得最大值  $2054.4(\text{kg}/\text{ha})$ 。

由用(4)式绘制的正态回归曲线(图2)可以看出, 当鼓粒至成熟期的平均气温在  $20^\circ\text{C}$  左右时, 将来的产量最高; 当超过或低于  $20^\circ\text{C}$  时产量都会下降。当鼓粒至成熟期的平均气温过高时, 表明这一时期可能有高温、干旱, 对灌浆不利, 因而影响了产量; 当鼓粒至成熟期的平均气温过低时, 灌浆缓慢, 可能使子粒不成, 因而也影响了产量。

### 3.3 大豆产量与出苗至开花期日照时数关系的一元正态回归模型

根据资料分析, 出苗至开花期的日照时数是影响大豆产量的关键因子。吉林3号大豆产量与此期日照时数之间的正态回归模型方程式如下:

$$Y = Y_1 \text{EXP}(a_0 + a_1 S + a_{11} S^2) \dots \dots \dots$$

(5)

式中:  $Y$ ...产量(kg/ha);  $Y_1$ ...平均产量(1756.4kg/ha);  $S$ ...出苗至开花期日照时数(小时);  $a_0 = -4.55867$ ;  $a_1 = 0.0269198$ ;  $a_{11} = -0.00003933398$ ,

此方程的相关指数  $R=0.7072$ , 统计量  $F=5.5029$ , 自由度  $a_1=2, a_2=11$ , 相关显著。当  $S=342.2$  小时,  $Y$  取得最大值  $1841.3(\text{kg}/\text{ha})$ 。

由用(5)式绘制的正态回归曲线(图3)可以看出, 当出苗至开花期日照时数在 342 小时左右时, 产量最高; 当超过或低于 342 小时时产量都会下降。对于我国东北地区, 如果此期阴雨天过多, 日照时数减少, 可使大豆产量明显下降。当出苗至开花期日照减少到 200~250 多小时, 产量可下降 50% 左右。

### 3.4 大豆产量与播种至成熟期降雨量关系的一元正态回归模型

大豆是喜水作物, 站其生育期内需要充沛的水分。根据资料分析, 吉林3号大豆产量与生育期降雨量之间的正态回归模型方程式如下:

$$Y = Y_1 \text{EXP}(a_0 + a_1 R + a_{11} R^2) \dots \dots$$

(6)

式中:  $Y$ ...产量(kg/ha);  $Y_1$ ...平均产量(1756.4kg/ha);  $R$ ...播种至成熟

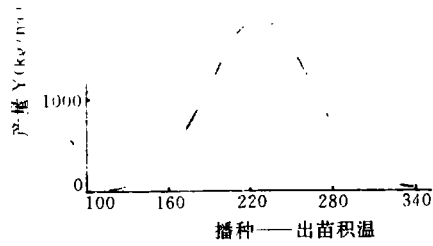


图1 大豆产量与播种至出苗期  $\geq 10^\circ\text{C}$  积温的关系

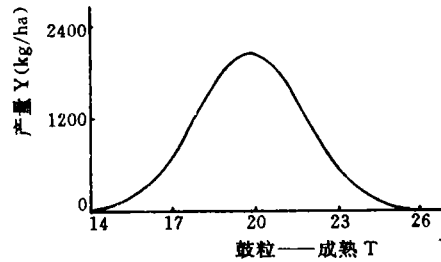


图2 大豆产量与鼓粒至成熟期平均气温关系

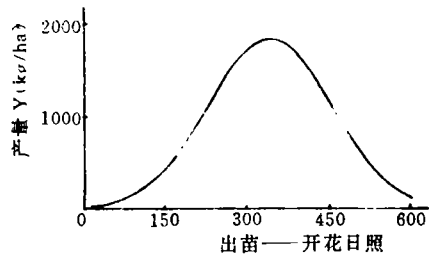


图3 大豆产量与出苗至开花期日照时数的关系

期降雨量(mm); $a_0 = -1.3654$ ;  $a_1 = 0.0041782$ ;  $a_{11} = -0.00000287345$

此方程的相关指数  $R = 0.7020$ , 统计量  $F = 5.3450$ , 自由度  $a_1 = 2, a_2 = 11$ , 相关显著。当  $R = 727.0$  毫米时,  $Y$  取得最大值  $2047.4$  (kg/ha)。

由用(6)式绘制的正态回归曲线(图4)可以看出,当播种至成熟期降雨量在730毫米上下时,产量最高;当超过或低于730毫米时产量都会下降。对于我国东北地区,主要是干旱引起大豆产量明显下降。当生育期降雨量减少到250~300毫米时,产量可下降40%左右。

### 3.5 大豆产量与播种至出苗期 $\geq 10^\circ\text{C}$ 积温及鼓粒至成熟期平均气温关系的二元正态回归模型

如将两个关键因子联合与大豆产量建立正态回归模型,可以看出各因子之间的交互作用。下面是吉林3号大豆产量与播种至出苗期 $\geq 10^\circ\text{C}$ 积温及鼓粒至成熟期平均气温关系的二元正态回归模型:

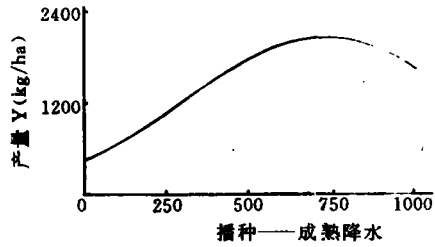


图4 大豆产量与播种至成熟期降雨量间的关系

$$Y = Y_1 \cdot \text{EXP}(a_0 + a_1 T + a_2 t + a_{12} Tt + a_{11} T^2 + a_{22} t^2) \dots \dots (7)$$

式中:  $Y$ ...产量(kg/ha);  $Y_1$ ...平均产量(1756.4kg/ha);  $T$ ...播种至出苗期 $\geq 10^\circ\text{C}$ 积温( $^\circ\text{C}$ );  $t$ ...鼓粒至成熟期平均气温( $^\circ\text{C}$ );  $a_0 = -43.8463$ ;  $a_1 = 0.0166561$ ;  $a_2 = 4.2812160$ ;  $a_{12} = -0.00036610348$ ;  $a_{11} = -0.00002680270$ ;  $a_{22} = -0.10590628158$ 。

此方程的相关指数  $R = 0.8397$ , 统计量  $F = 3.8249$ , 自由度  $a_1 = 5, a_2 = 8$ , 相关显著。当  $T = 174.7^\circ\text{C}$ ,  $t = 19.9^\circ\text{C}$  时,  $Y$  取得最大值  $2208.3$  (kg/ha)。

用(7)式可绘制等产量曲线(见图5),由图中可以看出,当播种至出苗期 $\geq 10^\circ\text{C}$ 积温  $T$  在150~200 $^\circ\text{C}$ ,鼓粒至成熟期平均气温为20 $^\circ\text{C}$ 左右时,将来的产量最高;还可看出,播种至出苗期 $\geq 10^\circ\text{C}$ 积温和鼓粒至成熟期平均气温之间交互作用不明显。

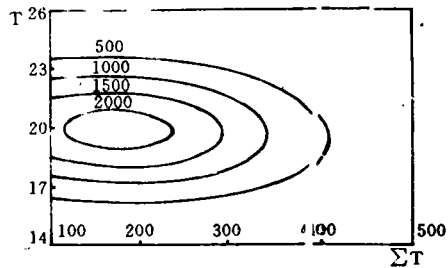


图5 大豆产量与播种至出苗期 $\geq 10^\circ\text{C}$ 积温及鼓粒至成熟期平均气温间的关系

### 3.6 大豆产量与鼓粒至成熟期平均气温及播种至成熟期降水量关系的二元正态回归模型

下面是吉林3号大豆产量与鼓粒至成熟期平均气温及播种至出苗期降水量关系的二元正态回归模型:

$$Y = Y_1 \cdot \text{EXP}(a_0 + a_1 t + a_2 R + a_{12} tR + a_{11} t^2 + a_{22} R^2) \dots \dots (8)$$

式中:  $Y$ ...产量(kg/ha);  $Y_1$ ...平均产量(1756.4kg/ha);  $t$ ...鼓粒至成熟期平均气温( $^\circ\text{C}$ );  $R$ ...播种至成熟期降水量(mm);  $a_0 = -99.6684$ ;  $a_1 = 8.9934484$ ;  $a_2 = 0.0402220$ ;  $a_{12} = -0.00165377567$ ;  $a_{11} = -0.20488810354$ ;  $a_{22} = -0.00000653795$ 。

此方程的相关指数  $R = 0.8549$ , 统计量  $F = 4.3450$ , 自由度  $a_1 = 5, a_2 = 8$ , 相关显著。当  $t = 19.5^\circ\text{C}$ ,  $R = 613.3$  毫米时,  $Y$  取得最大值  $2202.1$  (kg/ha)。

用(8)式也可绘制等产量线图(见图6),由图中可以看出,当鼓粒至成熟期平均气温  $t$  在  $20^{\circ}\text{C}$  附近,播种至成熟期降雨量在 600 毫米上下时,产量最高;还可看出,鼓粒至成熟期平均气温和播种至成熟期降雨量之间有明显的交互作用。当雨量减少时,高产区向高温区方向移动。

### 4 玉米产量与气象条件关系的正态回归模型

玉米抽雄至吐丝期是其从营养生长转化为生殖生长的关键阶段,此期对温度和水分十分敏感,下面着重就这一阶段的温度和水分条件对玉米产量的影响进行分析。

#### 4.1 玉米产量与抽雄至吐丝期 $\geq 10^{\circ}\text{C}$ 积温及降雨量关系的二元正态回归模型

下面是吉单 101 玉米产量与抽雄至吐丝期  $\geq 10^{\circ}\text{C}$  积温及降雨量关系的二元正态回归模型:

$$Y = Y_1 \text{EXP}(a_0 + a_1 T + a_2 R + a_{12} TR + a_{11} T^2 + a_{22} R^2) \dots \dots \dots (9)$$

式中:  $Y$ ...产量(kg/ha);  $Y_1$ ...平均产量(7 017.2kg/ha);  $T$ ...抽雄至吐丝期  $\geq 10^{\circ}\text{C}$  积温( $^{\circ}\text{C}$ );  $R$ ...抽雄至吐丝期降雨量(mm);  $a_0 = -0.20661$ ;  $a_1 = 0.0056736$ ;  $a_2 = 0.0031542$ ;  $a_{12} = 0.000041417825$ ;  $a_{11} = -0.00004484524$ ;  $a_{22} = -0.00004119907$ 。

此方程的相关指数  $R = 0.8675$ , 统计量  $F = 4.8651$ , 自由度  $a_1 = 5, a_2 = 8$ , 相关显著。当  $T = 105.4^{\circ}\text{C}, R = 91.3$  毫米时,  $Y$  取得最大值 8 887.8(kg/ha)。

用(9)式可绘制等产量线图(见图7),由图中可以看出,当抽雄至吐丝期  $\geq 10^{\circ}\text{C}$  积温在 50~150 度,降雨量在 40~140 毫米时,产量最高;还可看出,抽雄至吐丝期  $\geq 10^{\circ}\text{C}$  积温与降雨量之间有明显的交互作用。当雨量增加时,高产区向高积温区移动。

#### 4.2 玉米产量与播种至出苗期 $\geq 10^{\circ}\text{C}$ 积温,抽雄至吐丝期 $\geq 10^{\circ}\text{C}$ 积温及抽雄至吐丝期降雨量关系的三元正态回归模型

此模型的方程式如下:

$$Y = Y_1 \text{EXP}(a_0 + a_1 t + a_2 T + a_3 R + a_{12} tT + a_{13} tR + a_{23} TR + a_{11} t^2 + a_{22} T^2 + a_{33} R^2) \dots \dots \dots (10)$$

式中:  $Y$ ...产量(kg/ha);  $Y_1$ ...平均产量(7 017.2kg/ha);  $t$ ...播种至出苗期  $\geq 10^{\circ}\text{C}$  积温( $^{\circ}\text{C}$ );  $T$ ...抽雄至吐丝期  $\geq 10^{\circ}\text{C}$  积温( $^{\circ}\text{C}$ );  $R$ ...抽雄至吐丝期降雨量(mm);  $a_0 = -11.6261$ ;  $a_1 = 0.1147179$ ;  $a_2 = -0.036065$ ;  $a_3 = 0.1193788$ ;  $a_{12} = 0.000195850941$ ;  $a_{13} = -0.00054367365$ ;

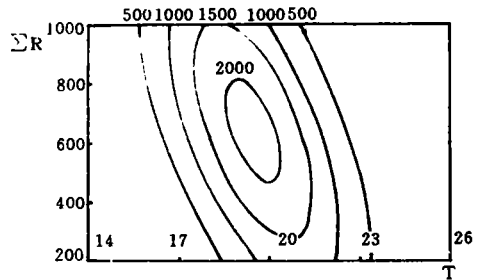


图6 大豆产量与鼓粒至成熟期平均气温及播种至成熟期降雨量间的关系

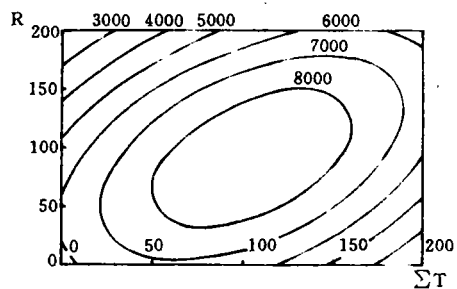


图7 玉米产量与抽雄至吐丝期  $\geq 10^{\circ}\text{C}$  积温及降雨量的关系

$$a_{23}=0.000\ 182\ 123\ 339; a_{11}=-0.000\ 282\ 911\ 16; a_{22}=-0.000\ 070\ 724\ 38;$$

$$a_{33}=-0.000\ 284\ 315\ 92$$

此方程的相关指数  $R=0.967\ 3$ , 统计量  $F=6.467\ 3$ , 自由度  $a_1=9, a_2=4$ , 相关显著。当  $T=28.4^\circ\text{C}$ ,  $t=33.5^\circ\text{C}$ ,  $R=193.5$  毫米时,  $Y$  取得最大值  $18\ 140.3(\text{kg}/\text{ha})$ 。

利用这一模型可制作玉米产量预报, 预报标准误差为  $194(\text{kg}/\text{ha})$ 。

### 参 考 文 献

- 1 B. B. 西涅里西柯夫. 农业气象预报和情报方法. 北京农业大学. 1961, 86-88
- 2 В. П. Д МИТРОНКО. 论作物产量形成的水文气象条件评价方法. 作物气象生态译丛. 农业出版社. 1984, 111-114
- 3 J France and J H M Thornley. Mathematical Models in Agriculture. 1984, 75-94
- 4 潘铁夫等. 中国大豆发育动态的计算机模型. 中国农业气象. 1993, 4, 1-8
- 5 李德明. 嘉荫农场大豆产量模型. 现代化农业. 1989, 11
- 6 李德明. 气象—玉米产量模型. 中国农学会农业气象研究会东北分会论文集. 1990

### 《土壤肥料》简介

《土壤肥料》是中国农科院土肥所和中国植物营养与肥科学会合办的专业性农业科技期刊。主要刊登：土壤资源、土壤肥力、土壤改良、土壤耕作、植物营养、有机肥、化肥、农业微生物和土壤肥料分析测试等方面的新成果、新技术、新经验、新理论以及国内外土壤肥料的科研学术动态等。适合农业科技工作者、农业干部、农业院校师生和广大农民技术员阅读参考。

国内外公开发行。双月刊, 16开, 48页, 每期定价1.5元, 全年9元, 国内外订阅处: 全国各地邮局. 代号2-559。

编辑部地址: 北京白石桥路30号中国农科院土肥所

邮 编: 100081

《土壤肥料》编辑部