

大豆产量与水分、肥料、密度等栽培因素间的数学模型研究

丁希泉 郑秀梅 李华清 路琴华

(吉林省农业科学院机耕所)

为了探讨大豆高产栽培措施,曾对水分、肥料、密度、品种等单因素对大豆产量的影响进行过许多试验研究。但是,只研究单因素的作用还不能反映出大豆产量与各因素之间的综合关系。为此,我们在单因素试验研究的基础上,于1980~1982年研究水分、施氮量、施磷量和密度等四个主要栽培措施与大豆产量间的综合关系及其数学模型,供大豆高产计划栽培参考。

一、试验设计

试验因素为灌水量、施氮量、施磷量和密度,采用“二次通用旋转组合设计”,其数学模型为:

$$\hat{y} = b_0 + \sum b_i X_i + \sum b_{ij} X_i X_j + \sum b_{ii} X_i^2 \quad (1)$$

各因素的水平值及编码列于表1, 试验设计结构矩阵如表2所示。供试品种为吉林十三号,灌水方式为滴灌,三年平均试验结果列于表2。

表1 因子水平及编码

编 码	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄
	灌水量(毫米/次)	氮肥(斤/亩)	磷肥(斤/亩)	密度(株/亩)
+2	16	20	20	25000
+1	12	15	15	20000
0	8	10	10	15000
-1	4	5	5	10000
-2	0	0	0	5000
变化区间(Δ)	4	5	5	5000
备 注	分枝后, 3天 滴灌一次	口肥1/2 复叶追肥1/2	作口肥一次施入	吉林13号

表2 试验结构矩阵与大豆单产

区号	X ₀	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	y _α	\hat{y}
1	1	1	1	1	1	338	334
2	1	1	1	1	-1	329	331
3	1	1	1	-1	1	357	343
4	1	1	1	-1	-1	328	325
5	1	1	-1	1	1	331	321
6	1	1	-1	1	-1	344	339
7	1	1	-1	-1	1	336	342
8	1	1	-1	-1	-1	350	346
9	1	-1	1	1	1	379	343
10	1	-1	1	1	-1	383	338
11	1	-1	1	-1	1	373	362
12	1	-1	1	-1	-1	345	334
13	1	-1	-1	1	1	343	329
14	1	-1	-1	1	-1	346	335
15	1	-1	-1	-1	1	350	350
16	1	-1	-1	-1	-1	349	355
17	1	2	0	0	0	339	332
18	1	-2	0	0	0	311	349
19	1	0	2	0	0	349	364
20	1	0	-2	0	0	337	346
21	1	0	0	2	0	336	353
22	1	0	0	-2	0	340	354
23	1	0	0	0	2	281	309
24	1	0	0	0	-2	304	307
25	1	0	0	0	0	373	360
26	1	0	0	0	0	353	360
27	1	0	0	0	0	371	360
28	1	0	0	0	0	398	360
29	1	0	0	0	0	361	360
30	1	0	0	0	0	333	360
31	1	0	0	0	0	330	360

二、计算结果与检验

根据表2内的试验结果，按照下列公式分别计算出常数项、一次项、交互作用项、二次项的回归系数。

$$b_0 = K \sum_{\alpha=1}^{31} y_{\alpha} + E \sum_{i=1}^4 \left(\sum_{\alpha=1}^{31} X_{i\alpha}^2 y_{\alpha} \right)$$

$$b_i = e^{-1} \cdot \sum_{\alpha=1}^{31} X_{i\alpha} y_{\alpha}$$

$$b_{ij} = m_c^{-1} \cdot \sum_{\alpha=1}^{31} X_{i\alpha} X_{j\alpha} Y_{\alpha}$$

$$b_{ii} = (F-G) \sum_{\alpha=1}^{31} X_{i\alpha}^2 Y_{\alpha} + G \sum_{i=1}^4 \left(\sum_{\alpha=1}^{31} X_{i\alpha}^2 Y_{\alpha} \right) + E \sum_{\alpha=1}^{31} Y_{\alpha}$$

式中, $K=0.1428$, $E=-0.0357$, $e=24$, $m_c=16$, $F=0.035$, $G=0.0037$, 它们随试验因素个数而变化。

于是得出大豆产量与各因素的数学关系式为:

$$\begin{aligned} \hat{y} = & 359.714 - 4.125X_1 + 4.458X_2 - 0.125X_3 + 0.583X_4 - 6.313X_1X_2 - 3.938X_1 \\ & X_3 - 0.688X_1X_4 + 2.938X_2X_3 + 5.688X_2X_4 - 3.438X_3X_4 - 4.784X_1^2 - 1.277 \\ & X_2^2 - 1.529X_3^2 - 12.922X_4^2 \end{aligned} \quad (2)$$

复相关系数为0.8216。对回归方程式进行显著性检验, 达5%显著水准。如将各因素的不同水平值代入(2)式中, 计算出各处理组合的计算产量, 列于表2的最后一栏内。显然, 计算值与实际值基本一致, 其误差为18.35斤/亩, 即5.3%。可见, 该回归方程式反映出大豆产量与四个主要栽培措施之间的综合关系。

三、分析与讨论

(一) 最佳产量时各因素组合的确定

大豆产量受多因素的影响, 那么, 在什么条件下, 大豆才能高产? 从高等数学知识可知, 这是一个求极值的问题, 该极值点必定满足方程式(2)对各因素的一阶偏导数等于零, 即

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \hat{y}}{\partial X_1} &= b_1 + 2b_{11}X_1 + b_{12}X_2 + b_{13}X_3 + b_{14}X_4 = 0 \\ \frac{\partial \hat{y}}{\partial X_2} &= b_2 + 2b_{22}X_2 + b_{12}X_1 + b_{23}X_3 + b_{24}X_4 = 0 \\ \frac{\partial \hat{y}}{\partial X_3} &= b_3 + 2b_{33}X_3 + b_{13}X_1 + b_{23}X_2 + b_{34}X_4 = 0 \\ \frac{\partial \hat{y}}{\partial X_4} &= b_4 + 2b_{44}X_4 + b_{14}X_1 + b_{24}X_2 + b_{34}X_3 = 0 \end{aligned} \right. \quad (3)$$

将各回归系数代入(3)式中, 经整理后得出:

$$\begin{aligned} -9.568X_1 - 6.313X_2 - 3.938X_3 - 0.688X_4 &= 4.125 \\ -6.313X_1 - 2.554X_2 + 2.938X_3 + 5.688X_4 &= -4.458 \\ -3.938X_1 + 2.938X_2 - 3.058X_3 - 3.438X_4 &= 0.125 \\ -0.688X_1 + 5.688X_2 - 3.438X_3 - 25.844X_4 &= -0.583 \end{aligned}$$

解此方程组, 则得:

$$X_1 = 0.425, X_2 = -0.566, X_3 = -1.131, X_4 = 0.044,$$

若将此 X_i 值代入(2)式中, 则得 $\hat{y} = 357$ 。

这就是最佳产量及其相应的各因素水平。从试验结果又可以看出, 当取 $X_1 = 0$, X_2

$= 0, X_3 = 0, X_4 = 0$ 水平时, 即各因素均取标准水平时, 其产量为360。可见, 二者效果是一致的。为了计算与讨论方便起见, 我们将最佳产量的各因素水平值均取为标准水平 (即 $X_i = 0$ 水平), 综合分析得, 每次灌水量 8~10 毫米, 生育期间外界补充总水量 (包括降雨与灌溉) 为 550 毫米左右, 保证开花一成熟期间 0~50 厘米层土壤湿度占田间持水量的 80% 以上。施氮量为 5~10 斤/亩, 施磷量 (P_2O_5) 为 5~15 斤/亩, 密度为 1.5~1.52 万株/亩。从而使叶面积指数达 3.5 以上。由此又可以得出: 对于大豆高产来说, 施用氮、磷量的比例以 1:1.5~1:1 为宜。按照上述各项措施指标栽培大豆比一般生产区产量 280 斤/亩, 增产 27.5%。

(二) 各因素与产量的关系:

如果只考虑一个因素变化, 而其余因素均固定在适宜水平 ($X_i = 0$ 水平) 上, 便得出各因素与产量的关系式为

$$\text{水分: } \hat{y} = 359.714 - 4.125X_1 - 4.784X_1^2 \quad (4)$$

$$\text{氮肥: } \hat{y} = 359.714 + 4.458X_2 - 1.277X_2^2 \quad (5)$$

$$\text{磷肥: } \hat{y} = 359.714 - 0.125X_3 - 1.529X_3^2 \quad (6)$$

$$\text{密度: } \hat{y} = 359.714 + 0.583X_4 - 12.922X_4^2 \quad (7)$$

将各因素的不同水平值分别代入 (4)~(7) 式中, 则得出各因素不同水平值相对应的产量, 绘成图如图 1 (a)~(b) 所示。从图看出, 各因素与产量间均呈二次曲线关系。

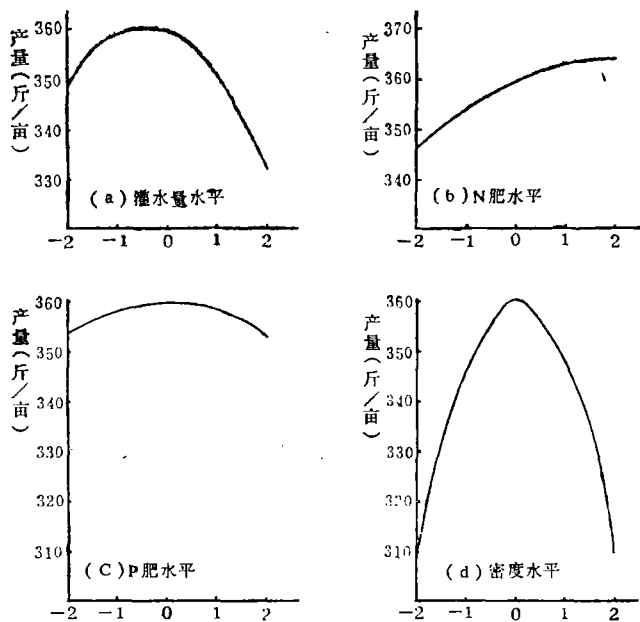


图 1 各因素与产量关系

变化而增减的速度可由产量与各因素间关系曲线的斜率来表示, 即从产量方程式 (4)~

但各因素的实际作用却不同, 密度对产量影响最大。密度适宜, 不仅个体生长好, 群体结构也合理, 从而获得高产。一般在适宜密度下可增产 54~79 斤/亩, 即增产 17.8~28.1%。水分的作用也较大, 尽管 1980~1982 年大豆生育期间降雨较多, 但适宜灌水还增 21~49 斤/亩, 即增产 6.2~15.8%。在高肥力黑土地上, 磷肥作用次之, 一般增产 20~24 斤/亩, 即增产 5.9~7.1%, 氮肥作用更次之, 一般仅增产 11~23 斤/亩, 即增产 3.2~6.8%, 氮肥作用不明显。

关于产量随各因素水平值

(7) 分别对各因素的一阶偏导数:

$$\frac{\partial y}{\partial x_i} = b_i + 2b_{ii}x_i \quad (8)$$

来计算。计算结果绘于图2中。显而易见，各因素对产量影响的速率均随其施用水平的提高而成直线的降低。当施用水平低于标准水平时，为正值，即增产，也就是图1中曲线上升部分反映的情况。当施用水平高于标准水平时，则为负值，即减产，也就是图1中曲线下落部份所反映的情况。同时，各因素对产量影响速率也是不同的，以密度为最大，其次是水分，然后是磷肥、氮肥。

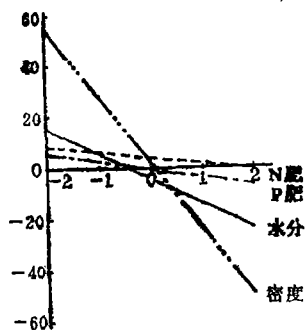


图2 各因素值在不同水平条件下的增产效果

各因素对产量影响速率也随其施用水平而变化，它反映出产量随各因素施用水平的变化而增减的加速度，可由产量方程(4)~(7)分别对各因素的二阶偏导数:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x_i^2} = 2b_{ii} \quad (9)$$

来求得。计算结果表明，水分为-9.6，氮肥为-2.6，磷肥为-3.1，密度为-25.8。显而易见，其产量增减的加速度也以密度最大，其次是水分、磷肥，而氮肥最小。这与各因素对产量影响作用是一致的。

(三) 双因素与产量的关系

如果考虑二个因素在变化，而其余因素固定在适宜水平上，则可得出两个因素相互作用，共同影响产量的关系式:

水分与N肥:

$$\hat{y}_{12} = 359.714 - 4.125X_1 + 4.458X_2 - 6.313X_1X_2 - 4.784X_1^2 - 1.277X_2^2 \quad (10)$$

水分与p肥:

$$\hat{y}_{13} = 359.714 - 4.125X_1 - 0.125X_3 - 3.938X_1X_3 - 4.784X_1^2 - 1.529X_3^2 \quad (11)$$

水分与密度:

$$\hat{y}_{14} = 359.714 - 4.125X_1 + 0.583X_4 - 0.688X_1X_4 - 4.784X_1^2 - 12.922X_4^2 \quad (12)$$

N肥与p肥:

$$\hat{y}_{23} = 359.714 + 4.458X_2 - 0.125X_3 + 2.938X_2X_3 - 1.277X_2^2 - 1.529X_3^2 \quad (13)$$

N肥与密度:

$$\hat{y}_{24} = 359.714 + 4.458X_2 + 0.583X_4 + 5.688X_2X_4 - 1.277X_2^2 - 12.922X_4^2 \quad (14)$$

p肥与密度:

$$\hat{y}_{34} = 359.14 - 0.125X_3 + 0.583X_4 - 3.438X_3X_4 - 1.529X_3^2 - 12.922X_4^2 \quad (15)$$

将各因素的不同水平值分别代入(10)~(15)式中,计算出双因素条件下的产量值,然后将其结果分别绘成双因素的等产量线图(图3~8)。这些图及方程式反映出某个因素的作用如何受另外一个因素的影响,以及两个因素之间相互影响的效果。

从图3看出,水分与N肥之间呈现负相互作用。当施氮量处于低水平而灌水量处于较高水平时,可获得高产。反之,当施氮量处于高水平而灌水量处于低水平(但并不干旱)时,也同样获得高产。显而易见,氮肥的作用除受施氮量水平高低的影响,而且还受灌水

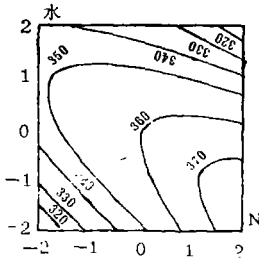


图3 水分与N肥

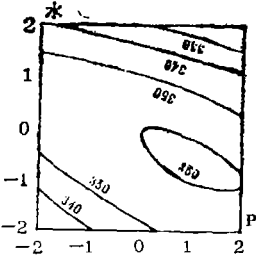


图4 水分与P肥

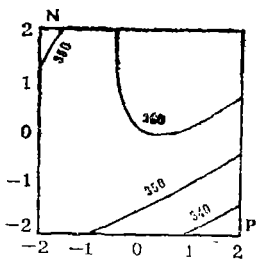


图5 N肥与P肥

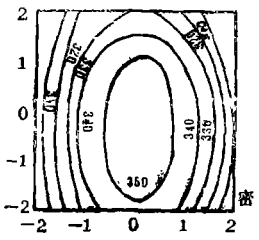


图6 水分与密度

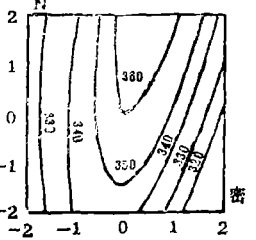


图7 N肥与密度

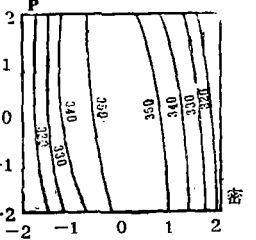


图8 P肥与密度

量多少的影响。在高肥力土壤上,当施氮量少(或不施)时,由充足水分来发挥氮肥的作用,亦即以水调氮,也可获得较高的产量。同时,大豆根瘤菌在充足(适宜)水分条件下,不仅根瘤数量多,而且固氮能力也增强。生育期间(8月10日)测定结果表明:适宜水分区大豆根瘤数比对照(不灌水)区增加30%,固氮酶的固氮能力提高38%,从而为大豆增补了一定的氮素营养。但是,当施氮量与水分超过适宜水平以后,产量则随着二个因素的继续提高,反而要降低。

水分与磷肥(图4)也有一定的交互作用。适宜水分有利于磷肥作用的发挥。同时看出水分的作用大于磷肥的作用。

对于氮肥与磷肥(图5)则呈为正相互作用。任一种肥料的增减都要求另一种肥料也随之增减。换句话说,氮与磷的施用量是遵循着一定比例的。

密度与水分、氮肥、磷肥之间的等产量线均呈为椭圆形或半椭圆形(图6、7、8)。明显地反映出密度的增大或减少对产量影响很大。等产量线均沿密度方向密集。相反地,沿氮肥、磷肥方向,等产量线比较平直,对产量影响不大。这与土壤肥力高以及大豆根瘤又能固氮有直接关系。但都以标准施用水平为适宜。至于沿水分方向的等产量线就比较密集了,有些等产量线已构成封闭的椭圆形。尽管试验年分降雨较多,在一定程度上降低

了灌水的效果。但水分仍然显示出较大的作用。在密度大时，少量灌水，或不灌水，适当抑制植株生长，防止倒伏，可以获得较好的产量。在密度较小时，增加灌水量，积极促进生长，仍可以获得较好的产量。从试验结果也明显看出，亩保苗2万株的有4个区是低灌水量（水平为-1），平均产量为344斤/亩。亩保苗1万株的有4个区是较高水平（为“1”水平）的灌水量，平均产量为335斤/亩。两者平均产量很近似。由此可见，以水为中心进行“促”、“控”，使大豆向预定的丰产长相发展有着重要的实践意义。

四、小 结

1、根据1980~1982年“四因素二次通用旋转组合设计”试验结果，计算得出大豆产量与水分、施氮量、施磷量和密度间的关系式为：

$$\hat{y} = 359.714 - 4.125X_1 + 4.458X_2 - 0.125X_3 + 0.583X_4 - 6.313X_1X_2 - 3.938X_1X_3 - 0.688X_1X_4 + 2.938X_2X_3 + 5.688X_2X_4 - 3.438X_3X_4 - 4.784X_1^2 - 1.277X_2^2 - 1.529X_3^2 - 12.922X_4^2$$

复相关系数为0.8216。该回归方程式达5%显著水准。误差为18.35斤/亩，即8.3%。

2、对于大豆高产来说，适宜的各因素组合为生育期间外界补充总水量（包括降雨与灌溉）550毫米左右，保证开花一成熟期间0~50厘米土层内土壤湿度占田间持水量的50%以上；施氮量为5~10斤/亩，施磷量（ P_2O_5 ）为5~15斤/亩；密度为1.5~1.52万株/亩，保证叶面积指数在3.5以上，其施氮量与施磷量的比例以1:1.5~1:1为宜。

3、各因素与大豆产量间均呈二次曲线关系，表达式为：

$$\hat{y} = b_0 + b_i x_i + b_{ii} x_i^2$$

但各因素的作用不同。密度作用最大，其次是水分，然后是施氮量、施磷量。

4、双因素与大豆产量间均呈二次曲面关系，表达式为

$$\hat{y} = b_0 + b_i x_i + b_j x_j + b_{ij} x_i x_j + b_{ii} x_i^2 + b_{jj} x_j^2$$

反映出两个因素相互影响的效果。其中水分对氮肥、磷肥、密度均有一定的影响。以水为中心进行“促”、“控”，使大豆向预定的丰产长相发展有着重要的实践意义。

参 考 文 献

- 1、上海师范大学数学系概率统计教研组：回归分析及其试验设计 上海教育出版社，1978年。
- 2、Ю.П.АДЛЕР等：ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ ПОИСКЕ ОПТИМАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ, Изд. «НАУКА», МОСКВА 1976.
- 3、G.S.SOOFI等：Nutrition of Corn on a Calcareous Soil; I, Interrelationships of N, P, K, Mg, and S on the Growth and Composition. SSSA Proc, Vol. 28, 76~79, 1964.
- 4、H.D.FVEHRIGN 等：Nutrition of Corn on a Calcareous Soil; I. Effect of Zinc on the Yields of Grain and Stover in Relation to Other Micronutrients. SSSA Proc, Vol. 28, P. 79~82, 1964.
- 5、H.D.FOEHRIGN: Nutrition of Corn (*Zea mays* L.) on a Calcareous Soil; II, Interaction of Zinc and Boron with Plant Population and the Relationship between Grain Yield and leaf Composition, SSSA Proc. Vol. 30, P. 489~494, 1966.