

# 小麦、玉米干物质重增长过程 的数学模拟

丁 希 泉

(吉林省农科院机耕所)

## 摘 要

本文分析了高产小麦、玉米的干物质重增长过程特征,并提出干物质重增长过程的数学模型:

$$G = \frac{G_0}{1 + e^{a+bt}} \quad (1)$$

进而采用数学分析方法研究干物质重增长过程的某些数量规律,得出干物质重增长速度模型:

$$v = \frac{dG_t}{dt} = \frac{G_0 \cdot (-b) \cdot e^{a+bt}}{(1 + e^{a+bt})^2} \quad (2)$$

以及方程式(1)的拐点,方程式(2)的极值点的横坐标值 $t = -a/b$ 。最后又导出理论产量的计算公式:

$$y = 0.5G_0 \quad (3)$$

对小麦、玉米干物质重实测资料与计算结果吻合程度的F—检验表明,计算结果与实际资料相吻合。

干物质重是作物丰产的物质基础。任何一个作物达到高产,均沿着一定的途径进行增长。因而了解干物质重增长过程,对于探讨作物高产具有一定的实践意义。所以,在作物栽培研究中,经常测定干物质重增长情况。然后,再进行分析,加以文字说明。但由于干物质重增长过程是一个连续变化过程,文字描述难以揭示某些内在的规律。本文则从数学模拟角度来研究作物干物质重增长过程,提出适宜的数学模型,并采用数学分析方法,进一步分析干物质重增长过程中的某些数量规律。

## 一、数学模型的选择

为了使选择的数学模型符合干物质重增长过程曲线。必须先研究这条曲线的特点,进而选择适宜的数学模型。

根据我们对小麦、玉米干物质重增长过程的测定资料，分别绘出小麦、玉米干物质重增长过程（图1，图2）。从图看出，这些曲线均呈S型。同时，曲线上方或下方，当达到某一定时间以后，曲线上升或下降均渐趋缓慢，接近于一条水平直线，即这条S型曲线上下方各有一条水平的渐近线。如果再分段来研究这条曲线的特点，可以看出，下半部向内凹的曲线段，实际上是一条正指数的指数函数曲线；而上半部向外凸的曲线段，则是一条负指数的指数函数曲线。这两个区段的分界处，即是整个曲线的拐点，在拐点处，指数值从正值转变为负值。

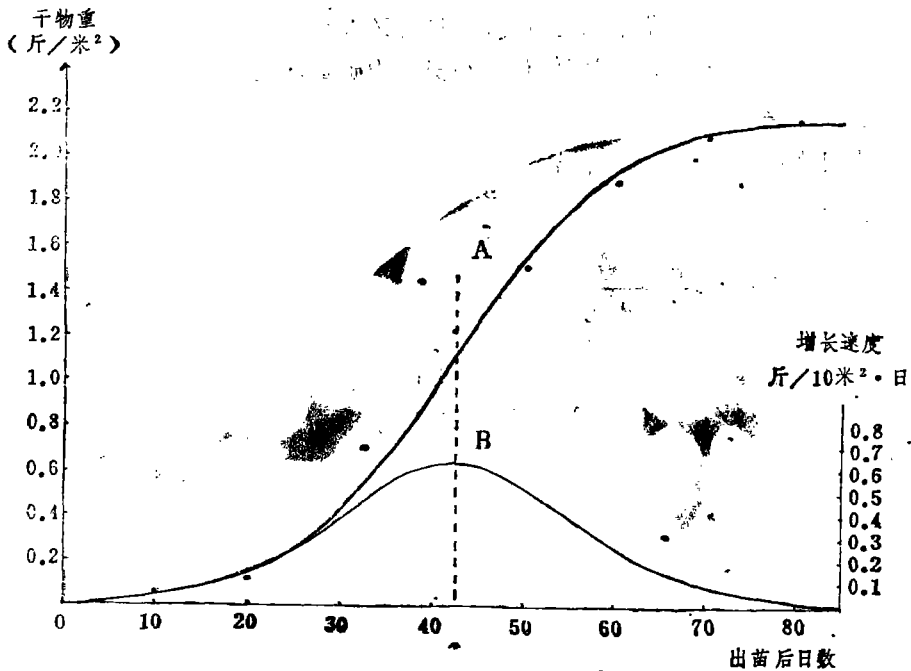


图1 小麦干物质重增长曲线

·——代表实测值

对于上述特征的曲线，我们可以认为，经历一定天数 $t$ 以后的干物质重是起始的重量与 $t$ 天内按指数增加重量之和。为此，我们可以将它写成为下列形式：

$$G_t = G_0 + G_t \cdot e^{a+bt}$$

或者将它变换成为：

$$G = \frac{G_0}{1 + e^{a+bt}} \quad (1)$$

式中， $G_t$ ——在 $t$ 生长时间内干物质重；

$G_0$ ——生育期间干物质重最大值；

$t$ ——生长时间（天）；

$a$ 、 $b$ ——决定曲线斜率、曲率和拐点的参数。

## 二、计算结果与检验

### 1、小 麦

根据我们测定亩产600斤小麦干物质重增长过程资料，计算出小麦干物质重增长曲线的方程式：

$$G_t = \frac{2.18616}{1 + e^{4.8499 - 0.1144t}} \quad (2)$$

按(2)式计算出 $G_t$ 值，并绘出干物质重增长曲线(图1~A)，可见它与实测资料是非常吻合的。为了检验它们的吻合程度，我们又进行了F—检验，计算F值为710.63，达到极显著水准。说明此方程式能够代表小麦干物质重增长曲线。

### 2、玉 米

根据我们测定玉米干物质重的资料，计算出亩产1,200~1,300斤的玉米干物质重增长方程为：

$$G_t = \frac{434.7897}{1 + e^{7.9493 - 0.1098t}} \quad (3)$$

按(3)式计算出相应的 $G_t$ 值，并绘出玉米干物质重增长曲线(图2~B)。显而易见，它与实测资料是吻合的。我们对此又进行了F—检验，计算F值为290.86，达到极显著水准，表明此方程式吻合程度很好。

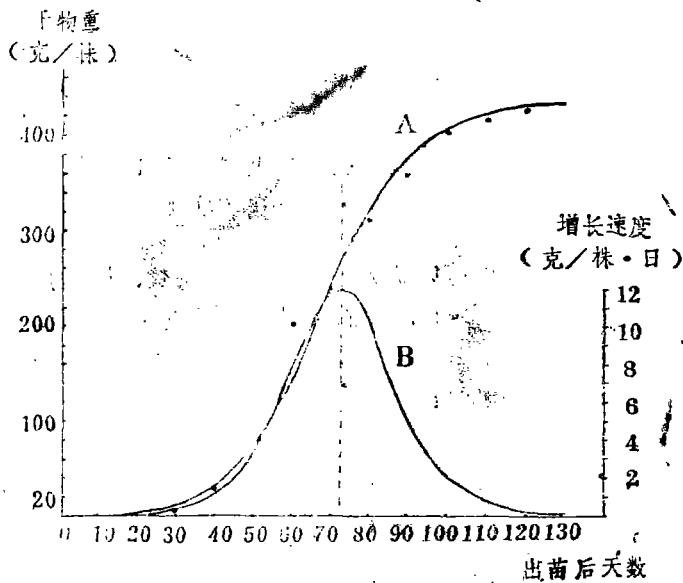


图2 玉米干物质重增长曲线

· ——代表实测值

### 三、分析与讨论

从前节计算结果得出干物质重增长曲线方程，这就为我们进一步研究分析干物质重增长过程的数量规律奠定基础。下面采用数学分析方法进行研究。

我们都知道，干物质重增长过程是一个连续变化过程。在这个过程中，各时间内的增长量是不同的，即干物质重增长速度是不同的。它也应该是一条连续变化曲线。这条曲线可以采用数学方法从干物质重增长方程式中求出。从高等数学知识可知，某一函数的一阶微分，它的物理意义，即表示速度的概念。为此，我们可以将方程式(1)对 $t$ 进行一阶微分，便得出干物质重增长速度方程：

$$V = \frac{dG_t}{dt} = \frac{G_0 \cdot (-b) \cdot e^{a+bt}}{(1 + e^{a+bt})^2} \quad (4)$$

对于我们计算的小麦、玉米来说，干物质重增长速度方程：

$$\text{小麦: } V = \frac{0.2501 \cdot e^{4.8499 - 0.1144t}}{(1 + e^{4.8499 - 0.1144t})^2} \quad (5)$$

$$\text{玉米: } V = \frac{47.7399 \cdot e^{7.9493 - 0.1098t}}{(1 + e^{7.9493 - 0.1098t})^2} \quad (6)$$

根据(5)、(6)式分别计算出小麦、玉米干物质重增长速度值，并分别绘出干物质增长速度曲线图(图1~B)、(图2~B)。从图中看出，它是一个连续变化的单峰曲线，曲线的高峰即是干物质重增长速度的极值。在这个极值点之前，随着时间向前推移，增长速度也随着增大，而在这个点之后，随着时间向前推移，增长速度不断减小。极值点前后的一定时间内，增长速度均很大，对于干物质重的积累起着重要作用。从水肥管理上，应给予特别重视。

那么，干物质重增长速度曲线的极值点在什么时间出现？也就是它的横坐标值等于多少？从高等数学可知，方程式(4)的极值点与方程式(1)的拐点的横坐标是一致的。它们均是以方程式(1)对 $t$ 的二阶微分等于零为先决条件的，即 $G(t)'' = 0$ 。根据微分计算，便得出方程式(1)对 $t$ 的二阶微分表达式为：

$$G(t)'' = \frac{d^2G_t}{dt^2} = \frac{G_0 \cdot b^2 \cdot e^{a+bt} \cdot (e^{a+bt} - 1)}{(1 + e^{a+bt})^2} \quad (7)$$

此方程式又称为干物质重增长加速度方程。所以，欲使(7)式的右边部分等于零，只能是使 $e^{a+bt} - 1 = 0$ ，也就是 $e^{a+bt} = 1$ 。为此，必须是 $a + bt = 1$ ，于是求得：

$$t = -\frac{a}{b} \quad (8)$$

这点就是增长曲线的拐点，增长速度曲线的极值点和增长加速度曲线与横坐标轴交点的横坐标值。从生物学意义来说，增长曲线的拐点，表示作物由生长过程转变到再生产过程。

对于小麦来说，它相当于抽穗期；对于玉米来说，则相当于抽雄期。根据（8）式计算得出：对于小麦， $t = 42.4$ 天，实际调查出苗~抽穗经历42天，一般为40~45天；对于玉米， $t = 72.4$ 天，实际调查出苗~抽雄为72天，一般地为70~75天。显而易见，计算值与实际值是一致的。

如果再将 $t = -\frac{a}{b}$ 代入方程式（1）中，经过整理则得出：

$$Y = G_t = 0.5G_0 \quad (9)$$

式中 $Y$ ~理论产量， $G_0$ ——干物质重即生物产量，系数0.5即相当于经济系数，这个值也是个理论值。实际上，作物产量受环境条件影响极大，特别是灌浆乳熟期的不利气象条件影响作物灌浆，籽粒不饱满，使粒重大大降低，严重的影响产量，经济系数也相应的降低。所以，为了使计算结果更符合于实际情况，必须对不利环境条件的影响作用进行订正，以实际的经济系数代替理论的经济系数，计算结果较为准确。

从我们对小麦、玉米的计算结果便反映出这一特点。例如，对于小麦来说，按照方程式（9）计算得出理论产量为728.7斤/亩，实际产量为549斤/亩，误差为32.7%。如果考虑气象条件对小麦灌浆的不良影响，而采用实际的经济系数0.392来计算，则为571斤/亩，误差仅为4%。可见气象条件对小麦灌浆过程影响极大。一般年份，小麦生育后期的气象条件，对于小麦灌浆都是极为不利的，这一点极大的限制了小麦产量的提高。根据我们测定，当小麦千粒重在30克以下时，经济系数为0.4；当千粒重在30~35克时，经济系数为0.45；当千粒重为35~40克时，经济系数为0.48，计算结果更接近于实际情况。

对于玉米来说，按（9）式计算，得出计算产量为1304.4斤/亩，实际玉米产量为1215斤/亩，计算误差为7.4%；若采用实际的经济系数0.48来计算，则为1252.2斤/亩，计算误差仅为3.1%。显而易见，上述的数学分析结果与实际产量情况是基本一致的。

此外，干物质重增长过程还受着气象条件和栽培管理水平的影响，关于这方面的问题另外进行研究。

总之，从上述可知，提出的数学模型适用于小麦、玉米干物质重增长过程的某些数量规律。数学模拟方法，对于深入地、定量的研究问题是大有用途的。本文只是初步作些尝试，许多问题有待今后不断深入，加以完善。