

构造农业均匀设计田间试验布点方案的程序设计

张大克 乔春贵 王玉杰 郭世伟 禹航 汤丽清

(吉林农业大学)

(辽源市种子公司)

摘 要

本文阐述了均匀设计方法的特点,介绍了均匀设计的基本原理及其具体构造方法,并用 BASIC 语言编制了构造田间均匀设计布点方案的电子计算机程序。

关键词 田间均匀设计布点方案 BASIC 语言

随着农业生产水平的提高,农业科学研究已由过去的单因素试验发展到多因素多水平的综合研究。因此多因素多水平的试验设计在农业科学研究中就显得越来越重要了。过去当试验设计中的因素较多时,多采用正交试验法^[1],而在正交试验法中,当因素水平较多时,所需试验处理的数目是很可观的。例如:安排一个 9 水平试验则至少要 9^2 个试验处理。一般来说,做这么大规模的田间试验是不允许的,另外试验环境也不容易控制。虽然当因素的个数在 4 个以下时,可以采用旋转组合设计、最优回归设计和最优混合设计^[2]来减少试验处理数目,但为了减小试验误差,每一个处理必须重复 1~2 次,所需试验处理数目也不小,并且因素的水平数还要受限制,给研究工作带来了许多不便。因此,广大研究人员迫切要求找到一种供多因素多水平试验,试验处理数目又比较少的试验设计,而均匀设计恰好满足了这个要求^[3],它是数论方法应用于试验设计的最新成就,可使试验处理数减少到最小程度,仅仅等于因素个数。例如:用均匀设计安排 4 因素 6 水平的田间试验,6 个试验处理即可安排,每一处理重复 2 次也只需 18 个试验处理,这是均匀设计布点方案最突出的特点。虽然均匀设计节省了大量的试验处理,但仍能将事物变化的主要规律反映出来,它已在我国飞航式导弹的设计中取得了有效的作用,在纺织工业及其它行业上应用也取得了重大效益^[4]。至于均匀设计在农业上的应用,已有人进行了尝试^[5]。结果表明,均匀设计完全适合农业科学研究,用均匀设计布置试验所获信息量,与用其它的试验设计方法布置试验所获得的信息量相近,的确是一种值得在农业科学研究中广泛推广使用的试验设计方法。1989 年我们在吉林省集安、辉南、柳河和临江等试验基地,首先采用均匀设计布点方法布置田间试验,收到了加快试验进度的良好效果。因为均匀设计布点方案的构造需用到数论的知识,比较复杂,并且目前又没有公开发表的均匀设计布点方案表供人们使用,这给均匀设计方法在农业科学研究中的广泛应用带来了困难。因此,我们根据均匀设计布点方案的具体构造原理,用 BASIC 语言编制了构造 31 个因素以内的各种均匀设计布点方案电子计算机程序,望能给广大农业科学研究工作者带来方便,本程序已在 APPLE— I 微机上实现过。

一、均匀设计布点方案的基本原理

均匀设计是从正交试验的“均匀分散,整齐可比”的特点出发,消除了正交试验中均匀分散性和整齐可比性相互照应而产生的潜在重复,以试验点在试验范围内充分“均匀分散”为

原则,单纯从均匀性出发的一种设计方法。之所以产生这种想法,是因为在数值积分中,当维数较高时,数论方法是目前最好的方法^[1],它的出发点就是让点在积分范围内散布得十分均匀,使布的点离被积函数的各种值充分地近(平均而言),所以用的点不多,却能便积分值得到很好的近似。

二、均匀设计布点方案的具体构造方法

均匀设计表是根据均匀设计的布点方法构造出来的,设有 S 个因素,各有 q 个水平,如果做全面试验共 q^s 种水平组合,这些组合构成了 S 维欧氏空间的 q^s 个点。构造正交表时,是从这 q^s 个点中挑选了一部分代表,均匀设计也采取这个原则,只是挑选的代表更少些,均匀设计挑选的原则是:

1. 每个因素的每个水平各做一次试验,共做 q 次试验。

仅有这个原则一切可能的组合还是太多,当 q 稍大时,连高速计算机也难以胜任,根据数值积分的经验可以缩小布点范围,而不十分影响布点的均匀性,于是产生了第二原则。

2. 取自然数 $a_1, a_2, \dots, a_s, a_i < q, (a_i, q) = 1, i = 1, 2, \dots, s$ 。(a, b) 表示整数 a, b 的最大公约数,则布点为:

$$P_q(k) = (ka_1, ka_2, \dots, ka_s) \pmod{q} \quad (2.1)$$

$k = 1, 2, \dots, q$ 。为了和试验设计的习惯一致,本文规定 $kq \equiv q \pmod{q}$, 而不是 0。

设满足 $(a_i, q) = 1, a_i < q$ 的自然数 a_i 有 m 个,则从 m 个 a_i 中选出 S 个,使函数 $\xi_1(q, a)$

$= \frac{1}{q} \sum_{k=1}^q \sum_{i=1}^s [1 - \frac{2}{\pi} \ln(2 \sin \pi \frac{a_{ik}}{q+1})]$ 达到极小即可使布点达到最均匀。其中 $a_{ik} = ka_i \pmod{q}$ 。不失一般性总可令 $a_1 \equiv 1$, 否则总可以改变试验次序使 $a_1 \equiv 1$, 于是只要从不等于 1 的 $m-1$ 个 a_i 中选择 $S-1$ 个 a_i 即可。

由于当 q 为较大的素数时,满足条件 $(a_i, q) = 1, a_i < q$ 的自然数的数目太大,在选择布点(2.1)中的 a_1, a_2, \dots, a_s 时,一切可能的组合太多,增加了计算的困难,于是在 q 为素数时又有下面的布点原则。

3. 当 q 为素数 P 时,选择

$$P_p(k) = (k, ka, ka^2, \dots, ka^{s-1}) \pmod{p} \quad (2.2)$$

$k = 1, 2, \dots, P$ 。其中 a 为正整数, $a < q$, 且 a 对模 P 之次数 $\geq S$, 在满足这些条件的 a 中选择一个使函数 $\xi_2(q, a) = \frac{1}{q} \sum_{k=1}^q \sum_{i=1}^s [1 - \frac{2}{\pi} \ln(2 \sin \pi \frac{a_{ik}}{q+1})]$ 达到极小即可使布点达到最均匀,其中 $a_{ik} = ka^{i-1} \pmod{p}$ 。而所谓 a 对模 P 之次数,见下面的定义:

设 a 为一整数, $(a, p) = 1$, 最小之正整数 l 使 $a^l \equiv 1 \pmod{p}$ 者称为 a 对模 P 之次数。

显然布点(2.2)是布点(2.1)的一种特例,一般说来布点(2.1)比布点(2.2)为优,但 q 较大时,布点(2.1)计算量太大,布点(2.2)就成一种可行的办法。经验证明布点(2.2)比布点(2.1)差得不算太大。

当 q 不是素数时,只要 q 能表成 P^l 或 $2P^l$ 的形式(其中 P 为奇素数),也可用布点(2.2),并且当 q 较大时,这种布点的效果还是不错的。

如果我们用 $\psi(q)$ 来表示采用(2.1)、(2.2)布点时,最多允许设置的因素个数,则 $\psi(q)$ 的值可通过下面的公式计算出来:设 q 的素因子分解为: $q = p_1^{l_1} \cdot p_2^{l_2} \cdot \dots \cdot p_m^{l_m}, p_1 < p_2 < \dots < p_m$ 为 m 个素数,则 $\psi(q) = q \prod_{i=1}^m (1 - \frac{1}{p_i})$, 特别当 $q = P$ 为素数时, $\psi(q) = p - 1$ 。

因为 $S \leq \varphi(q)$, 对有些 $q, \varphi(q)$ 较小, 如 $\xi(6) = 2$, 这时用布点(2.1)造出来的表, 允许的因素就不够多, 所以为了扩大 S 的范围, 又有下面的布点原则。

4. 如 $q = P - 1, P$ 为素数, 这时采用布点:

$$P_q(k) = (k, ka, ka^2, \dots, ka^{q-1}) \pmod{p} \quad (2.3)$$

$k = 1, 2, \dots, q$. 其中 a 为正整数, $a < p, a$ 对模 p 之次数 $\geq S$, 也就是说, 利用素数 P 的表划去最后一行即得 $q = P - 1$ 的表, 经验证明, 对相当多的 $q = P - 1$, 用布点(2.3)造出的表比用布点(2.1)造出的水平数为 q 的表, 不仅列多而且点布得更均匀。

对某一些不能表成 $q = P - 1, P$ 为素数形式的 q , 如果 q 为偶数, 也可以采用划去 $q + 1$ 水平的(2.1)布点的最后一行, 得到 q 水平的布点结果; 也就是采用下面的布点原则。

5. 设 $q = P - 1, P$ 为奇数, 选择布点:

$$P_q(k) = (ka_1, ka_2, \dots, ka_s) \pmod{p} \quad (2.4)$$

$k = 1, 2, \dots, q$. 其中 a_1, a_2, \dots, a_s 为自然数, $a_i < P, (a_i, P) = 1, i = 1, 2, \dots, S$. 经验证明布点(2.4)造出的表列多并且更均匀。

在我们编制的造表(均匀设计布点方案表)程序中, $q = 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31$ 采用布点(2.2), 最多允许布置 $q - 1$ 个因素; 利用它们的结果, $q = 2, 4, 6, 10, 12, 16, 18, 22, 28, 30$ 采用布点(2.3), 最多允许 q 个因素。 $q = 25, 27$ 也采用布点(2.2), 分别最多允许设置 20 个因素和 18 个因素, 利用这一结果, $q = 24, 26$ 采用布点(2.3), 分别最多允许 20 个因素和 18 个因素。 $q = 9, 15, 21$ 采用布点(2.1), 分别最多允许设置 6 个因素, 8 个因素和 12 个因素, 利用此结果, $q = 8, 14, 20$ 采用布点(2.4), 分别最多允许设置 6 个因素, 8 个因素和 12 个因素。

在计算过程中我们用到了同余逆的概念, 见下面的定义: 正整数 a 和 $q, (a, q) = 1, a < q$, 则一定存在正整数 $b < q$, 使 $a \cdot b \equiv 1 \pmod{q}$, b 称为 a 的同余逆, 记作 $a^{-1} \pmod{q}$ 。

关于同余逆有下面的事实: 在布点(2.2)时, 有 $\xi_2(p; 1, a, a^2, \dots, a^{q-1}) = \xi_2(P; 1, a^{-1}, a^{-2}, \dots, a^{-(q-1)}) \pmod{p}$ 。即用 a 和 a^{-1} , 布点是同等均匀的, 所以我们用布点(2.2)时, 所选择的 a 是 a, a^{-1} 中的一个。

另外, 在用(2.2)布点时, 如果使 $\xi_2(P, a)$ 达到极小的 a 不止一个, 我们选择最小的一个。

三、程序设计

1. 输入输出说明

键盘输入

Q ——因素水平个数; Q 可以取除了 1 以外不超过 31 的自然数。

S ——因素个数; 当 Q 依次取值为 2, 3, ..., 31 时, S 的最大取值依次为: 2, 2, 4, 4, 6, 6, 6, 10, 10, 12, 12, 8, 8, 16, 16, 18, 18, 12, 12, 22, 22, 20, 20, 18, 18, 28, 28, 30, 30。

输出结果表示

$q =$ 因素水平个数 $S =$ 因素个数

q	S	因素排列序号
试验处理序号	每个试验处理中各因素各水平的组合编码	

2. 计算实例

5 因素 10 水平和 5 因素 6 水平两个布点方案的计算实例

注: 均匀设计布点方案采用等距离编码。

RUN

? 10

?? 5

q=10 S=5

q\S	1	2	3	4	5
1	1	7	5	2	3
2	2	3	10	4	6
3	3	10	4	6	9
4	4	6	9	8	1
5	5	2	3	10	4
6	6	9	8	1	7
7	7	5	2	3	10
8	8	1	7	5	2
9	9	8	1	7	5
10	10	4	6	9	8

RUN

? 6

?? 5

q=6 S=5

q\S	1	2	3	4	5
1	1	3	2	6	4
2	2	6	4	5	1
3	3	2	6	4	5
4	4	5	1	3	2
5	5	1	3	2	6
6	6	4	5	1	3

3. 程序打印清单

```

10 INPUT Q,S
13 PRINT,PRINT
15 PRINT " ", "O=";Q;"", "S=",S
20 DIM B(Q),A(Q),C(Q,Q+1)
30 X=Q
40 IF Q/2<> INT (Q/2) THEN 60
50 Q=Q+1
60 IF Q=9 OR Q=15 OR Q=21 THEN 560
70 IF Q=25 OR Q=27 THEN 110
80 FOR I=1 TO Q-1,B(I)=I,NEXT I
90 M=Q-1
100 GOTO 120
110 GOSUB 1230
120 K=1
130 FOR I=2 TO M
140 H=B(I),J=1
150 H=H*B(I)
160 J=J+1
170 IF H<900000 THEN 200
180 B=INT (H/Q)
190 H=H-B*Q
200 B=(H-1)/Q
210 IF B=INT (B) THEN 230
220 GOTO 150
230 IF J<S THEN 250
240 K=K+1,B(K)=B(I)
250 NEXT I
260 M=K
270 Y=-1,C(1,1)=B(I)
280 FOR K=2 TO M
290 D=B(K)
300 GOSUB 1400
310 P=0
320 FOR I=1 TO Q
330 B=1
340 FOR J=1 TO S
350 H=2*SIN(3.1415926*C(J,I)/(Q+1))
360 H=1-2/3.1415926*LOG(H)
370 B=B*H
380 NEXT J
390 P=P+B
400 NEXT I
410 P=P/Q
420 IF Y=-1 THEN 440
430 IF P>=Y THEN 450
440 Y=P,C=D
450 NEXT K
460 FOR I=2 TO Q-1
470 H=(I*C-1)/Q
480 IF H=INT (H) THEN 500
490 NEXT I
500 IF C<=I THEN 520
510 C=I
520 D=C
530 GOSUB 1400
540 GOSUB 1720
550 GOTO 1220
560 GOSUB 1230
570 GOSUB 1580
580 IF S<M THEN 610
590 GOSUB 1720
600 GOTO 1220
610 Y=O,A(1)=1
620 FOR I1=2 TO M-S+1,A(2)=I1

```

```

630 IF S=2 THEN 830
640 FOR I2=I1+1 TO M-S+2:A(3)=I2
650 IF S=3 THEN 830
660 FOR I3=I2+1 TO M-S+3:A(4)=I3
670 IF S=4 THEN 830
680 FOR I4=I3+1 TO M-S+4:A(5)=I4
690 IF S=5 THEN 830
700 FOR I5=I4+1 TO M-S+5:A(6)=I5
710 IF S=6 THEN 830
720 FOR I6=I5+1 TO M-S+6:A(7)=I6
730 IF S=7 THEN 830
740 FOR I7=I6+1 TO M-S+7:A(8)=I7
750 IF S=8 THEN 830
760 FOR I8=I7+1 TO M-S+8:A(9)=I8
770 IF S=9 THEN 830
780 FOR I9=I8+1 TO M-S+9:A(10)=I9
790 IF S=10 THEN 830
800 J1=I9
810 J1=J1+1
820 A(11)=J1
830 I=0,E=0
840 I=I+1
850 K=0,D=1
860 K=K+1
870 J=A(K)
880 B=Q+1
890 B=C(J,D)/B
900 B=3.1415926 * B
910 H=2 * SIN (B)
920 H=LOG (H) /3.1415926
930 H=2 * H:H=1-H,D=D * H
940 IF K<S THEN 860
950 E=E+D
960 IF I<Q THEN 840
970 E=E/Q
980 E=INT (E * 100000+.5)/100000
990 IF Y=0 THEN 1010
1000 IF E>=Y THEN 1070
1010 Y=E
1020 I=0
1030 I=I+1
1040 J=A(I)
1050 B(I)=C(J,I)
1060 IF I<S THEN 1030
1070 ON S-1 GOTO 1180,1170,1160,1150,1140,
1130,1120,1110,1100
1080 Y1=M-S+10
1090 IF J1<Y1 THEN 810
1100 NEXT I9
1110 NEXT I8
1120 NEXT I7
1130 NEXT I6
1140 NEXT I5
1150 NEXT I4
1160 NEXT I3
1170 NEXT I2
1180 NEXT I1
1190 M=S
1200 COSUB 1580
1210 GOSUB 1720
1220 END
1230 A(2)=Q:M=1
1240 FOR J=2 TO Q-1
1250 A(1)=J
1260 FOR B=3 TO Q-1
1270 FOR H=2 TO SQR (B)
1280 IF B/H=INT(B/H) THEN 1340
1290 NEXT H
1300 FOR I=1 TO 2
1310 IF A(I)/B<>INT (A(I)/B) THEN 1340
1320 NEXT I
1330 GOTO 1370
1340 NEXT B
1350 M=M+1
1360 B(M)=A(1)
1370 NEXT J
1380 B(1)=1
1390 RETURN
1400 H=1
1410 FOR I=2 TO S
1420 H=H * D
1430 IF H<800000 THEN 1450
1440 H=H-INT (H/Q) * Q
1450 C(I,1)=H-INT (H/Q) * Q
1460 NEXT I
1470 FOR I=2 TO S
1480 FOR J=2 TO Q-1
1490 B=C(I,1) * J
1500 C(I,J)=-INT (B/Q) * Q
1510 NEXT J
1520 C(I,Q)=Q
1530 NEXT I
1540 FOR I=2 TO Q
1550 C(1,I)=1

```

```

1560 NEXT I
1570 RETURN
1580 FOR I=1 TO M
1590 C(I,1)=B(I)
1600 NEXT I
1610 FOR I=2 TO M
1620 FOR J=2 TO Q-1
1630 B=C(I,1)*J
1640 C(I,J)=B-INT(B/Q)*Q
1650 NEXT J
1660 C(I,Q)=Q
1670 NEXT I
1680 FOR I=2 TO Q
1690 C(1,I)=I
1700 NEXT I
1710 RETURN
1720 GOSUB 1920
1730 PRINT TAB(1);"1 qÖS1";,FOR
      I=1 TO S;IF I>12 THEN 1750
1740 I1=1;GOTO 1760
1750 I1=I-12
1760 PRINT TAB(4+2*I1);I;TAB(4+3*I1);",,";
      IF I<>12 THEN 1780
1770 PRINT TAB(40);"1";PRINT TAB(1);"1";
1780 NEXT I
1790 PRINT
1800 GOSUB 1920
1810 FOR J=1 TO X
1820 PRINT TAB(1);"1";J;TAB(4);"1";FOR I=1
      TO S;IF I>12 THEN 1840
1830 I1=I;GOTO 1850
1840 I1=I-12
1850 PRINT TAB(4+2*I1);C(I,J);TAB(4+3*I1);
      ".,";IF I<>12 THEN 1870
1860 PRINT TAB(40);"1";PRINT TAB(1);"1";
1870 NEXT I
1880 PRINT
1890 GOSUB 1920
1900 NEXT J
1910 RETURN
1920 IF S>12 THEN 1940
1930 PRINT"1";,FOR T=1 TO 3*(S+1)-1;PRINT
      "-";,NEXT T;PRINT"1";GOTO 1950
1940 PRINT"!";,FOR T=1 TO 30;PRINT"-";,
      NEXT T;PRINT";"
1950 RETURN

```

参 考 文 献

- [1]方开泰,均匀设计,《应用数学学报》,1980,第3卷4期,363~372.
- [2]张仁陟等,均匀设计在施肥研究中的应用初探,《土壤通报》,1989,第1期,24~26.
- [3]中国科学院数学研究所统计组(方开泰执笔),《方差分析》,科学出版社,北京,1977.
- [4]方开泰,《均匀设计》,中国科学院应用数学所概率统计咨询服务部(资料),1984.
- [5]华罗庚,《数论导引》,科学出版社,北京,1957.
- [6]张秀伦等,均匀设计在纺织工业上的应用,《纺织学报》,1983,第4卷3期,174~178.
- [7]华罗庚等,《数值积分及其应用》,科学出版社,北京,1965.
- [8]丁希泉,《农业应用回归设计》,吉林科学技术出版社,1986,188~213.

PROGRAMMING ON EVENNESS DESIGN IN RELATION TO FIELD ALLOCATION OF TREATMENT COMBINATIONS FOR AGRICULTURAL EXPERIMENT

Zhang Dake and Qiao Chungui et al.

(Jilin Agricultural University)

ABSTRACT

In the present paper, the basic principle and application technique of evenness design were illustrated in relation to field allocation of treatment combinations for agricultural experiment and a computer program was proposed, using BASIC Language.

Key words: Evenness Design, Field Allocation of Treatment Combinations, BASIC Language.